



### 10) Ungleichungen

Lösen Sie das Ungleichungssystem in IR: I) $3x-2 > 4$ II) $4x+3 \leq 6x-15$ und geben Sie an, ob $x=10$ mögliche Lösung des Systems ist!	4	
---	---	--

### 11) Vektorrechnung und Matrix

a) Von einem <b>Quadrat</b> kennt man 2 Punkte: A(2 4) und B(5 1). Ermitteln Sie die fehlenden Koordinaten der Punkte C und D grafisch und rechnerisch	4	
b) Berechnen Sie den Abstand zwischen A(2 7) und C(6 10) (=Betrag des Vektors)	2	
c) Überprüfen Sie, ob zwischen den Vektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ ein rechter Winkel ist!	1	

### 12) Potenzen und Wurzeln

Vereinfachen Sie so weit wie möglich, so dass nur positive, ganzzahlige Exponenten vorkommen: $(12 x^{-3} y^{-4})^2 \cdot (4 x^{-3} y^6)^{-2}$	4	
--	---	--

### 13) Funktionen

Zeichnen Sie die Funktion $f(x) = x^2 - 4x$ mit Hilfe einer Wertetabelle im Intervall $[-1;5]$ . Welcher Funktionstyp ist das?	3 1	
Geben Sie die Nullstellen an und geben Sie die Bereiche an, wo die Funktion positiv ist!	3	

### 14) Finanzmathematik und exponentielles Wachstum

Eine Stadt hat vor 8 Jahren 24000 Einwohner gehabt und hat jetzt 29242 Einwohner.		
a. Stellen Sie das Wachstumsgesetz dafür auf wenn man exponentielles Wachstum annimmt!	3	
b. Wann wird diese Stadt 35000 Einwohner haben?	3	
c. Welches jährliche prozentuelle Wachstum hat diese Stadt?	1	

### 15) Differenzialrechnung:

a) Machen Sie eine <b>Kurvendiskussion</b> (Extremwerte, Wendepunkte, Graph) der folgenden Funktion: $f(x) = x^3 - 12x + 4$ im Intervall $[-3;3]$	6	
b) Eine Firma arbeitet mit der <b>Kostenfunktion</b> $K(x) = 0,002 x^2 + 12x + 500$ (Für x Stück fallen K(x) Kosten in Euro an)		
a. Berechnen Sie für den Marktpreis $p = 30$ GE/ME den maximalen Gewinn. (Gewinn = Preis*Stückzahl - Kosten)	6	
b. Bei welcher Stückzahl tritt er auf?		
c. Welche Gewinn Grenzen (wo der Gewinn=0 ist) gibt es?		

### 16) Umgekehrte Kurvendiskussion

Der Graph einer Funktion 3. Grades hat den Tiefpunkt T(2 -16) und den Wendepunkt W(0 0). Bestimmen Sie den Funktionsterm!	6	
--	---	--

### 17) Integration

a) Berechnen Sie den <b>Inhalt der Fläche</b> zwischen der Kurve und der x-Achse (zuerst Nullstellen berechnen!): $y = -x^2 + 4x$	3	
b) Das Innere einer Vase hat folgende Umrissfunktion (nach rechts gekippt): $y = \sqrt{2x}$ Berechnen Sie das Volumen bei Rotation dieser Funktion um die x-Achse zwischen $x=0$ und $x=25$ . (Maßeinheiten in cm)	4	
• Machen Sie eine Skizze der Funktion	1	

### I) Statistik (verpflichtend für M1 und M3)

Bei einer Befragung von 20 Personen, wie viel sie im vergangenen Jahr an karitative Organisationen gespendet hätten, ergab folgende Urliste: 2, 17, 5, 21, 40, 100, 33, 44, 61, 45, 60, 33, 5, 18, 22, 34, 45, 80, 7, 2		
a. Machen Sie aus der Urliste eine geordnete Liste und zeichnen Sie damit: Minimum – 1. Quartil – Median – 3. Quartil – Maximum in ein <b>Boxplot</b>	4	
b. Bestimmen Sie davon <b>Mittelwert</b> und <b>Standardabweichung</b>	2	

### II) Wahrscheinlichkeit (verpflichtend für M1 und M3)

a) In einer Urne sind 6 schwarze, 4 weiße und 2 rote Kugeln. Es wird dreimal <b>ohne Zurücklegen</b> gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 1. eine rote und eine schwarze und eine weiße Kugel in dieser Reihenfolge 2. zwei rote Kugeln und eine weiße Kugel in beliebiger Reihenfolge 3. mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen?	1 2 2	
b) Ein Spieler gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von 35%. 1. Wie groß ist seine Chance bei 8 Spielen, genau 4 Spiele zu gewinnen? 2. wie groß ist seine Chance zu gewinnen, wenn er 10 Spiele spielt und mindestens 2 davon gewinnen will?	1 3	
c) Die Lebensdauer der Sparlampe QU10 ist annähernd normalverteilt mit $\mu=10000$ Stunden und $\sigma=2000$ Stunden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Lampe eine Lebensdauer von 1. weniger als 5000 Stunden 2. mehr als 12000 Stunden hat?	2 2	

### III) Trigonometrie (verpflichtend für M2 und M3)

Von einem <b>rechtwinkligen Dreieck</b> sind gegeben: $b = 6 \text{ cm}$ , $\gamma = 90^\circ$ , $c = 10 \text{ cm}$ <b>Gesucht:</b> $a$ , $\alpha$ , $\beta$ , $A$	4	
--	---	--

### IV) Folgen und Reihen (verpflichtend für M2 und M3)

a) Berechnen Sie die <b>unendliche Summe</b> $100 + 80 + 64 + 51,2 + \dots$	2	
b) Gegeben ist die Folge $\left\langle \frac{3n+1}{n+3} \right\rangle$ 1. Berechnen Sie die ersten 5 Folgenglieder 2. Stellen Sie eine Vermutung über die <b>Monotonie</b> auf und beweisen Sie diese! 3. Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge	1 3 1	
c) Eine arithmetische Folge hat das Folgenglied $a_3 = 12$ und $a_9 = 3$ . Berechnen Sie $a_1$ , $a_{18}$ und $s_{18}$	4	

### V) für M3: Ableitungsregeln

Berechnen Sie die 1. Ableitungen von:			2
a) $y = \sqrt{x^2 - 2}$	b) $y = \frac{2x^2 + x}{x - 2}$	c) $y = x \cdot \cos x$	2
			1

### VI) Integrationsregeln (nur für M3)

Berechnen Sie folgende Integrale:			2
d) $\int \sqrt{2x - 3} dx$	e) $\int x \cdot \sin x dx$	f) $\int \frac{x^2 + x}{x} dx$	2
			2

### VII) Komplexe Zahlen (nur für M3)

a) Berechnen Sie: $\frac{4-i}{2+i} + i^{100} =$			2
b) Geben Sie in Polarform und kartesischer Form die Lösung der Wurzel an! $\sqrt[3]{(27; 120^\circ)}$			2
c) Lösen Sie die Gleichung in der Grundmenge der komplexen Zahlen: $x^2 - 4x + 13 = 0$			2

		SUMME =	
--	--	---------	--



**Gutes Gelingen !**

Lösungen:

1a)  $[+24-4] \cdot [-8] \cdot 5 + 4 = -160 \cdot 5 + 4 = -796$

b)  $\frac{3}{2} - \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} - \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{3} \right) = \frac{3}{2} - \left( \frac{4}{3} - \frac{5}{3} \right) = \frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{9+2}{6} = \frac{11}{6}$

2a)  $3y - 5x - [2y - 7 - 3y - 4x - 9] =$   
 $3y - 5x - 2y + 7 + 3y + 4x + 9 = -x + 4y + 16$

b)  $a^2 - 4ab + 4b^2 - 9a^2 + 25b^2 = -8a^2 - 4ab + 29b^2$

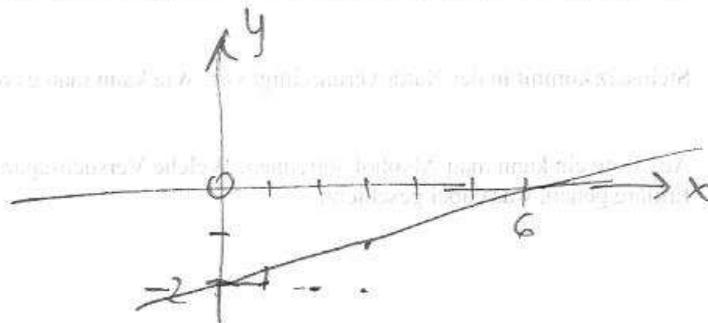
c)  $\frac{5x^2 - 45}{5x^2 - 30x + 45} = \frac{5(x^2 - 9)}{5(x^2 - 6x + 9)} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{(x-3)}(x-3)}$

3a)  $\frac{3x+2x}{6} = 5$   
 $5x = 30$   
 $x = 6$

b)  $\frac{0 - r^2 \pi}{r \pi} = 5$

4)  $3 + 12x = 12 + 9x$   
 $3x = 9$   
 $x = 3$

5a)  $0 = \frac{1}{3}x - 2$   
 $6 = x$   
 $N(6|0)$



b)  $k = \frac{6+2}{5-3} = \frac{8}{2} = 4$   
 $d = 6 - 4 \cdot 5 = -14$   
 $y = 4x - 14$

$$6) \quad 2x - 4y = 4 \quad | \cdot 2$$

$$-4x + 2y = 6$$

$$\underline{4x - 8y = 8}$$

$$\underline{-4x + 2y = 6}$$

$$-6y = 14$$

$$\underline{y = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3}}$$

$$2x - 4 \cdot \frac{-7}{3} = 4$$

$$2x = 4 - \frac{28}{3}$$

$$\underline{x = -\frac{8}{3}}$$

$$7) \quad 2x + 4y = 146 \quad | \cdot (-2)$$

$$\underline{4x + 2y = 178}$$

$$-4x - 8y = -292$$

$$\underline{4x + 2y = 178}$$

$$-6y = -114$$

$$\underline{y = 19 \text{ €/e Obstler}}$$

$$2x + 76 = 146$$

$$\underline{x = 35 \text{ €/e Scheraps}}$$

$$8) a) x^2 + 4x - 77 = 0$$

$$x_{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-77)}}{2 \cdot 1} \quad \sqrt{324} = 18$$

$$x_1 = \frac{-4 + 18}{2} = 7 \quad x_2 = -11$$

$$b) \begin{array}{c|cccc} & 1 & -4 & -11 & 30 \\ \hline 1 & 1 & -3 & -14 & 16 \\ 2 & 1 & -2 & -15 & 0 \end{array} \rightarrow x_1 = 2$$

$$x_3 = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

$$9) A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \quad B = \{-2, 0, 1, 5, 7, 9\}$$

$$A \cap B = \{-2, 0\} \quad A \cup B = \{-3, \dots, 2, 5, 7, 9\} \quad A \setminus B = \{-3, -1, 2\}$$

$$10) 3x - 2 > 4 \quad 4x + 3 \leq 6x - 15$$

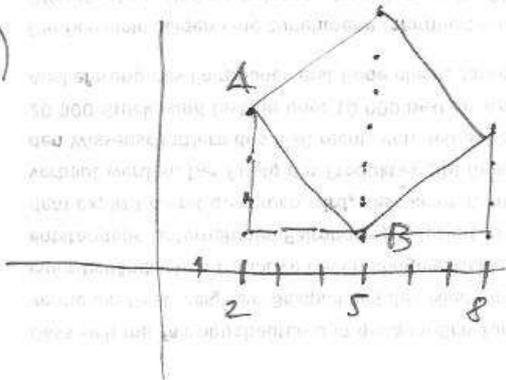
$$3x > 6 \quad -2x \leq -18$$

$$x > 2 \quad x \geq 9$$

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 9\}$$

Ja: 10 ist Lösung

11)



$$C = (8|4) \quad D = (5|7)$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

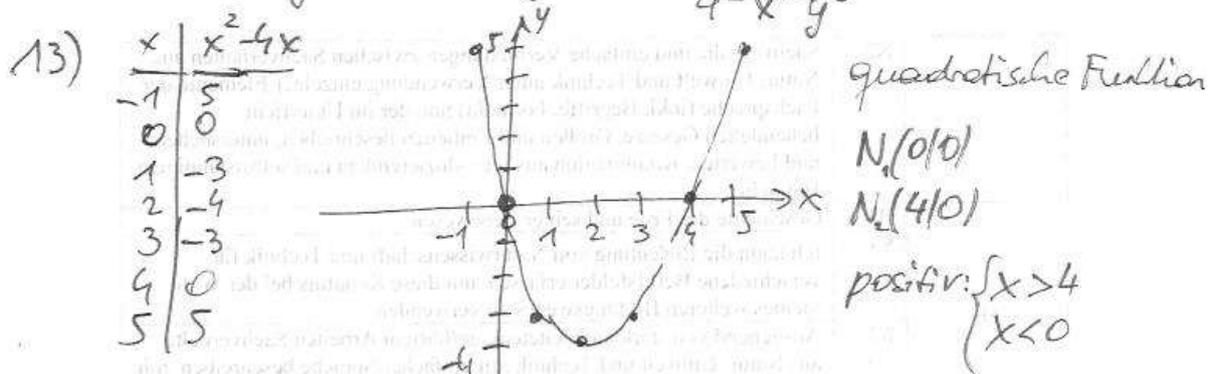
$$A + \vec{AC} = D \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$B + \vec{AC} = C \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \vec{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} \quad |\vec{AC}| = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6.4$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = 8 - 20 = -12 \neq 0 \Rightarrow \text{rechter Winkel}$$

$$12) 12^2 \cdot x^{-6} y^{-8} \cdot 4^{-2} \cdot x^6 y^{-12} = \frac{12^2 x^6 y^{12}}{4^2 x^6 y^8} = 9y^4$$



14)

t	N <sub>t</sub>
0	24 000
heute: 8	29 242
?	35 000

$$29242 = 24000 \cdot a^8$$

$$a = 1,025 \rightarrow \underline{2,5\% \text{ Wachsen}}$$

$$35000 = 24000 \cdot 1,025^t$$

$$t = \frac{\ln(\frac{35}{24})}{\ln(1,025)} = 15,28 \text{ Jahre}$$

-8  
 7,28 Jahre  
 zeit heute

15)

$$f(x) = x^3 - 12x + 4$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f''(x) = 6x$$

EW:  $0 = 3x^2 - 12$

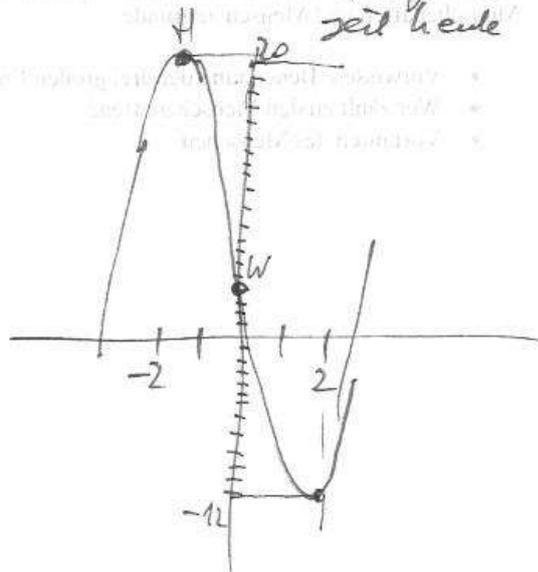
$$x_1 = \pm 2$$

$$y''(2) = 12 \rightarrow \underline{T(2|-12)}$$

$$y(2) = 8 - 24 + 4 = -12$$

$$y''(-2) = -12 \rightarrow \underline{H(-2|20)}$$

$$y(-2) = -8 + 24 + 4 = 20$$



W:  $6x = 0 \rightarrow W(0|4)$

b)

$$G(x) = 30x - 0,002x^2 - 12x - 500 = -0,002x^2 + 18x - 500$$

$$G'(x) = -0,004x + 18 = 0 \Rightarrow \underline{x = 4500 \text{ ME}}$$

$$G_{\max} = -0,002 \cdot 4500^2 + 18 \cdot 4500 - 500 = \underline{40000 \text{ €}}$$

$$G=0 \Rightarrow \underline{x_1 = 27,86 \quad x_2 = 8972,14 \text{ ME}}$$

$$16) f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$T(2|-16) \Rightarrow -16 = 8a + 4b + 2c + d$$

$$y' = 0 \Rightarrow 0 = 12a + 4b + c$$

$$W(0|0) \Rightarrow 0 = d$$

$$y'' = 0 \quad 2b = 0$$

$$-16 = 8a + 2c \quad | : (-2)$$

$$0 = 12a + c \quad \rightarrow \quad 12 + c = 0$$

$$\begin{array}{r} 8 = -4a - c \\ 0 = 12a + c \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 8 = -4a - c \\ 0 = 12a + c \end{array}} \right\} +$$

$$\underline{\underline{c = -12}}$$

$$8 = 8a$$

$$\underline{\underline{a = 1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = x^3 - 12x}$$

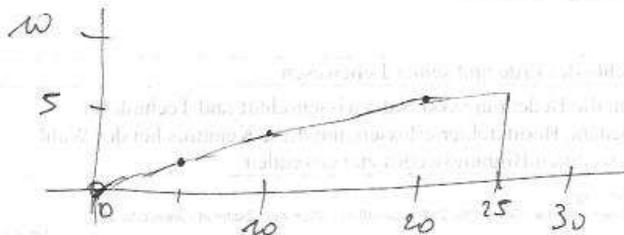
$$17a) -x^2 + 4x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

$$\int_0^4 -x^2 + 4x \, dx = -\frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = -\frac{64}{3} + 2 \cdot 16 = \underline{\underline{10,67}} \text{ Fe}$$

$$b) y = \sqrt{2x}$$

$$\pi \int_0^{25} y^2 \, dx = \pi \int_0^{25} 2x \, dx = \pi \cdot \frac{2x^2}{2} \Big|_0^{25} = 625\pi = \underline{\underline{1963,5}} \text{ m}^3$$

$\approx 1,96 \text{ Oker}$



I)

0	2	5	5	7	2
1	7	8			
2	1	2			
3	0	3	3	4	
4	0	4	5	5	
5					
6	1	0			
7					
8	0				
9					
10	0				

2-12 - (33) - 45 - 100

$\bar{x} = 33,7$        $\sigma_x = 26,05$

$s_x = 26,73$

II) a)  $P(rsw) = \frac{2}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{4}{10} = \underline{3,63\%}$

$P(\overline{rsw}) = 3 \cdot \frac{2 \cdot 1 \cdot 4}{12 \cdot 11 \cdot 10} = \underline{1,82\%}$

$1 - P(\text{keines}) = 1 - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{12 \cdot 11 \cdot 10} = \underline{90,91\%}$

b)  $P(X=4) = \binom{8}{4} 0,35^4 \cdot 0,65^4 = \underline{18,75\%}$

$P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot 0,35^1 \cdot 0,65^9 = \underline{7,25\%}$

$P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot 0,35^0 \cdot 0,65^{10} = \underline{1,35\%}$

$1 - \text{Summe} = \underline{8,60\%}$

Gegeben:  $\underline{91,4\%}$

c)  $P(X < 5000) = \Phi\left(\frac{5000 - 10000}{2000}\right) = \Phi(-2,5) = \underline{0,62\%}$

$P(X > 12000) = 1 - \Phi\left(\frac{12000 - 10000}{2000}\right) = 1 - \Phi(1) = \underline{45,87\%}$

III)  $a = \sqrt{10^2 - 6^2} = \underline{8 \text{ cm}}$

$\sin \alpha = \frac{a}{c} \rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{8}{10}\right) = \underline{53,13^\circ}$        $\beta = \underline{36,87^\circ}$

$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = \underline{24 \text{ cm}^2}$

$$\text{IV a) } 100 + 80 + 64 + \dots = \frac{100 \cdot \cancel{10}}{1 - 0,8} = \underline{500}$$

$$\text{b) } \left\langle \frac{4}{4} ; \frac{7}{5} ; \frac{10}{6} ; \frac{13}{7} ; \frac{16}{8} \right\rangle$$

monoton steigend:  $\frac{3n+1}{n+3} < \frac{3(n+1)+1}{(n+1)+1} \quad | \cdot (n+3) \cdot (n+2)$

$$(3n+1)(n+2) < (3n+4)(n+3)$$

$$3n^2 + 5n + 2 < 3n^2 + 4n + 9n + 12 \quad | -2$$

$$7n < 13n + 10 \quad | -13n$$

$$-6n < 10 \quad | : (-1)$$

$$6n > -10 \quad | : 6$$

$$n > -\frac{10}{6} \quad \text{w. A.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+3} = 3$$

$$\text{c) } d = \frac{a_9 - a_3}{9 - 3} = \frac{3 - 12}{6} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$\underline{a_1 = 15} \quad a_{18} = 15 + 17 \cdot (-1,5) = \underline{-10,5}$$

$$s_{18} = (15 - 10,5) \cdot 9 = \underline{40,5}$$

$$\text{V) a) } y' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-2}} \quad \text{b) } y' = \frac{(4x+1)(x-2) - (2x^2+x) \cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{4x^2 - 8x + x - 2 - 2x^2 - x}{(x-2)^2}$$

$$y' = \frac{2x^2 - 8x - 2}{(x-2)^2}$$

$$\text{c) } y' = 1 \cdot \cos x + x \cdot (-\sin x)$$

$$\text{VI) } \int (2x-3)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{(2x-3)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} \cdot 2} = \frac{\sqrt{(2x-3)^3}}{3} + C$$

$$\int x \cdot \sin x dx = -x \cos x - \int 1 \cdot (-\cos x) dx = -x \cos x + \sin x + C$$

$$\int x+1 dx = \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$\text{VII) a) } \frac{(4-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} + (-1)^{50} = \frac{8-2i-4i+i^2}{4-i^2} + 1$$

$$= \frac{7-6i}{5} + 1 = \frac{12}{5} - \frac{6}{5}i = 2,4 - 1,2i$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{(27 \cdot 120^\circ)} = \begin{cases} (3; 40) = 2,30 + 1,93i \\ (3; 160) = -2,82 + 1,03i \\ (3; 280) = 0,52 - 2,95i \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 - 4x + 13 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 13}}{2 \cdot 1} \quad \sqrt{-36} = 6i$$

$$x_1 = \frac{4 + 6i}{2} = 2 + 3i$$

$$x_2 = 2 - 3i$$